SOLIDOS DE REVOLUCION

CILINDRO DE REVOLUCIÓN

Es generado por la rotación (360°) de un rectángulo, tomando como eje a uno de sus lados; el lado opuesto a este recibe el nombre de generatriz. (g).

En un cilindro de revolución:

- Las bases son círculos congruentes
- La generatriz es congruente a la altura
- Si un plano paralelo a las bases corta al cilindro, se obtiene en el plano una sección recta que es otro círculo congruente a las bases.
- Si un plano no paralelo a las bases corta al cilindro, se obtiene en el plano una sección que tiene la forma de una elipse.
- Como si abriéramos la etiqueta de un taro de leche podemos obtener el **desarrollo de la superficie lateral de un cilindro (Fig.02)**, de donde es sencillo calcular el área lateral (al considerar sólo rectángulo sombreado):

Área lateral = $A_L = (2\pi R) \cdot (H)$
ó $A_L = 2\pi RH$

Área de base= $A_B = \pi R^2$

Área Total= $A_T = A_L + 2A_B$

Luego: $A_T = 2\pi RH + 2\pi R^2$
$A_T = 2\pi R\,(R+H)$

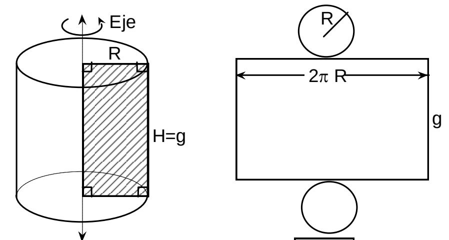


Fig 01
Cilindro de revolución

Fig 02
Desarrollo del cilindro

- El volumen de un cilindro se calcula como producto del área de la base por su altura, es decir:

$$\boxed{V = \pi R^2 H}$$

Ejemplo:

Al trazar un plano por los centros de las dos bases de un cilindro de revolución, se determina una región cuadrada de área 36 cm^2. Hallar el área lateral, área total y el volumen del cilindro (Fig. 03).

- Como la región obtenida es un cuadrado: $h=2r$
- Por dato: $h^2=36\ cm^2$ o $h=6$ cm y $r=3$ cm
- Área lateral: $A_L=2\pi rh = 2\pi\ (3\ cm)\ (6\ cm)$

$$\boxed{A_L = 36\pi\ cm^2}$$

- Area total: $A_T = A_L + 2A_B$
  $A_T = 36\ \pi\ cm^2 + 2\pi(3cm)^2$
  $A_T = 54\pi\ cm^2$
- Volumen: $V=\pi r^2h=\pi\ (3\ cm)^2\ (6\ cm)$
  $V=54\ \pi\ cm^3$

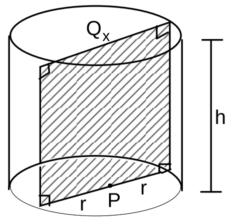


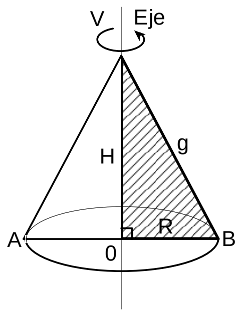
Fig. 03

CONO DE REVOLUCION

Es generado por la rotación (360°) de un triángulo rectángulo, teniendo como eje a uno de sus catetos y a la hipotenusa como generatriz. (g).
En un cono de revolución:

- Hay solo una base : círculo de radio R
- La generatriz (g) no es congruente a la altura (H). En la siguiente figura.

$\boxed{H = VO}$ $\boxed{g = VB}$



- Si pudiéramos abrir con unas tijeras un cono a través de su generatriz, tendríamos el **desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución** tal como aparece en la Fig. 01, donde el ángulo central θ se llama **ángulo de desarrollo**.

Podrás notar también que este desarrollo tiene la forma de un sector circular con radio igual a **g**. Su área será el área lateral del cono.

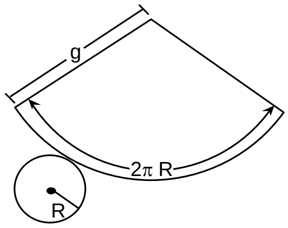


Fig. 01 Desarrollo del Cono

$A_L = \pi Rg$ Área lateral del cono

- Área total : $A_T = A_L + A_B$

  $A_T = \pi Rg + \pi R^2$

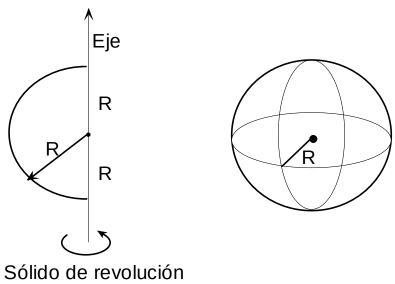
  ó $A_T = \pi R(R+g)$

- Volumen: $V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$

  ó $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

ESFERA

La esfera es generada por la rotación (360°) de un semicírculo alrededor de su diámetro.



- **Volumen de la Esfera:** Lo calculamos empleando la fórmula:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

- **Área de la Superficie Esférica:**

$$\boxed{A_O = 4\pi R^2}$$

PRACTICA DE CLASE

01. Hallar El área de la superficie total de un cilindro de revolución, si el radio de su base mide 2cm y su altura 5cm.

02. Hallar el radio de la base de un cilindro de revolución, si su volumen es 2 000 π cm^3 y su altura mide 20 cm

03. Calcular el volumen de un cono de revolución, si el redio de su base mide 4cm y su altura mide 6cm.

04. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 5cm, sus catetos miden 3cm y 4 cm. Hallar el área de la superficie lateral del cono engendrado por el triángulo rectángulo cuando gira una vuelta completa alrededor del cateto que mide 4cm.

05. Halla el área de la superficie de una esfera cuyo radio mide 3cm.

06. Calcula el volumen de una esfera de 6cm de radio.

07. Una esfera de 6cm de radio tiene igual volumen que un cilindro de revolución de 8 cm de altura. Determina el radio de la base del cilindro.

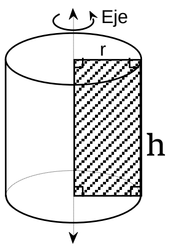
08. El área de la superficie de una esfera es 36 π. Calcular el volumen de dicha esfera.

09. Los lados de un rectángulo miden 2cm y 3cm. Halla el volumen del sólido engendrado por el rectángulo cuando gira una vuelta completa alrededor del lado mayor.

10. La generatriz de un cono de revolución mide 13cm, el radio de su base mide 5cm y su altura mide 12 cm. Determina el área de la superficie total.

TAREA DOMICILIARIA

01. Halla el área de la superficie lateral del cilindro de la figura, si r=4cm y h=5cm.



02. Calcula el volumen del cilindro de revolución engendrado por un rectángulo cuyos lados miden 4cm y 6cm. Cuando gira alrededor del lado mayor.

03. Calcula el volumen del cono engendrado por un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 5cm y 12cm y cuya hipotenusa mide 13cm cuando gira alrededor del cateto mayor.

04. Calcula el área de la superficie total del cono engendrado por un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6cm y 8cm y cuya hipotenusa mide 10cm cuando gira alrededor del cateto mayor.

05. Se tiene un semicírculo de 10cm de diámetro. Determine el área total y el volumen de la esfera que se genera al hacer girar dicho semicírculo alrededor del diámetro.