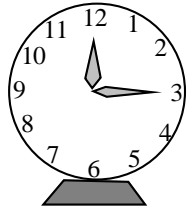




ELEMENTOS DEL ANGULO

Observa :

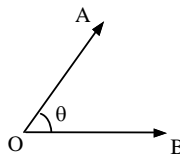


En cada momento las manecillas de este reloj forman ángulos



Ángulo es la reunión de dos rayos que tienen un origen común

Definición: Es una figura geométrica formada por dos rayos que tienen un mismo origen.

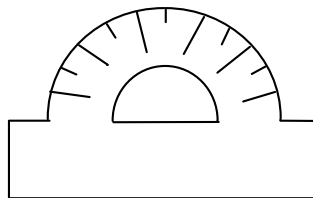


Elementos del ángulo.

1. Lados: \vec{OA} y \vec{OB}
2. Vértice: "O"
3. Simbología: $\angle AOB$, AOB ; $\sphericalangle AOB$
4. Notación: $\angle AOB = \vec{OA} \cup \vec{OB}$
5. Medida: $m \angle AOB = \theta^\circ$

MEDICIÓN DE ÁNGULOS

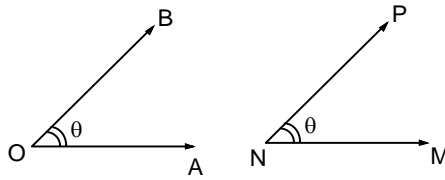
Los ángulos se miden en grados sexagesimales. Para encontrar la medida de un ángulo se utiliza un instrumento llamado **transportador**.



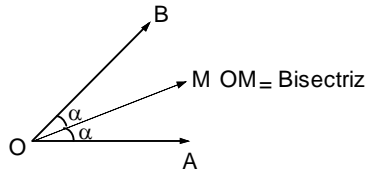
Transportador

Ángulos Congruentes: Dos o más ángulos son congruentes si tiene igual medida:

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle MNP$$



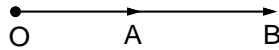
Bisectriz de un Ángulo: Es el rayo que partiendo del vértice de un ángulo, divide a este en dos ángulos congruentes



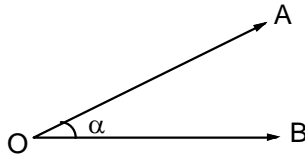
Clasificación:

1 **Según su medida:**

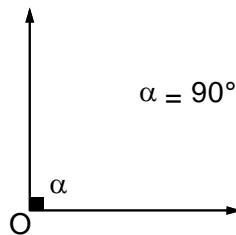
a) **Ángulo Nulo.**- Es aquel cuya medida se considera a 0°



b) **Ángulo Agudo.**- Es aquel cuya medida es mayor que 0° pero menor que 90°
 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

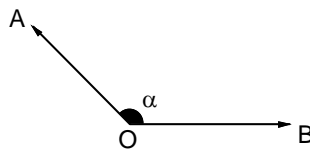


c) **Ángulo Recto.**- Es aquel cuya medida es exactamente 90°



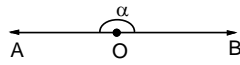
d) **Ángulo Obtuso.**- Es aquel cuya medida es mayor que 90° , pero menor que 180°

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

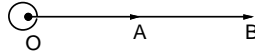


e) **Ángulo Llano.**- Es aquel cuya medida es exactamente 180°

$$\alpha = 180^\circ$$



f) **Ángulo de una vuelta.**- Es aquel cuya medida es exactamente 360°



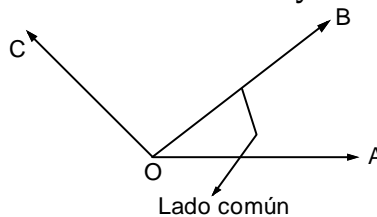
g) **Ángulo Convexo.**- Es aquel cuya medida es mayor que 0° pero menor que 180°
 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$

h) **Ángulo Cóncavo.**- Es aquel cuya medida es mayor que 180° pero menor que 360°

$$180^\circ < \alpha < 360^\circ$$

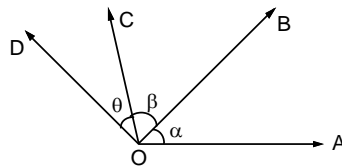
2 **Según la Posición de sus lados:**

a) **Ángulos adyacentes:** Dos ángulos serán adyacentes si tienen el mismo vértice y un lado común tal que los ángulos se encuentren a uno y otro lado del lado común.

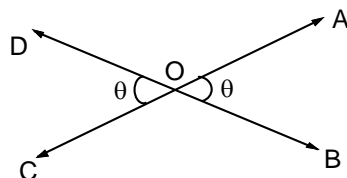


Los ángulos AOB y BOC son adyacentes.

Dos o más ángulos serán consecutivos cuando cada uno de ellos es adyacente con su inmediato.

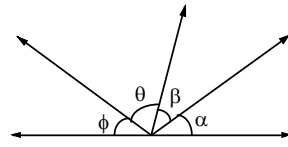


b) **Ángulos Opuestos por el Vértice:** Son dos ángulos determinados al trazar dos rectas secantes, dichos ángulos son congruentes.



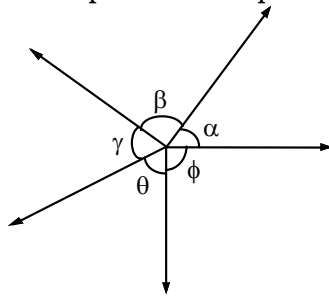
$$m \sphericalangle AOB = m \sphericalangle COD$$

c) Ángulos formados en un punto de una recta y en un mismo semiplano.



$$\alpha + \beta + \theta + \phi = 180^\circ$$

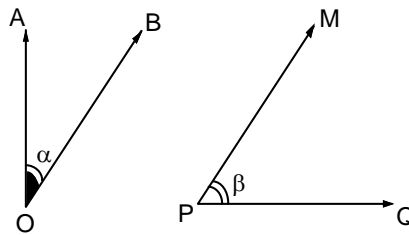
d) Ángulos formados alrededor de un punto en un plano.



$$\alpha + \beta + \gamma + \theta + \phi = 360^\circ$$

3 Según sus características

a) **Ángulo Complementario:** Son dos ángulos cuyas medidas suman 90°



Los ángulos AOB y MPQ, son complementarios. Si: $\alpha + \beta = 90^\circ$

Complemento de un ángulo: ($C\alpha$). Es lo que falta a la medida de un ángulo para medir 90° .

Sea " α " el ángulo; $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

$$C\alpha = 90^\circ - \alpha$$

Propiedad:

Sea " x " la medida de un ángulo, donde:

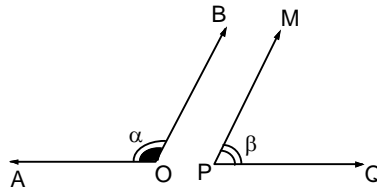
$$0^\circ < x < 90^\circ$$

$$C_{C_{C_{\dots C_x}}}$$

"n" veces

$$\begin{cases} x; \text{si "n" es par} \\ C_x; \text{si "n" es impar} \end{cases}$$

b) **Ángulos Suplementarios:** Son dos ángulos cuyas medidas suman 180°



Los ángulos AOB y MPO, son suplementarios.

$$S: \alpha + \beta = 180^\circ$$

Suplemento de un ángulo: ($S\alpha$). Es lo que falta a la medida de un ángulo para medir 180° . Sea " α " el ángulo; $0^\circ < \alpha < 180^\circ$

Propiedad:

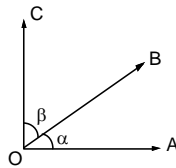
Sea " x " la medida de un ángulo, donde $0^\circ < \alpha < 180^\circ$

$$SSS\dots SS_x = \begin{cases} x; & \text{si "n" es par} \\ S_x; & \text{si "n" es impar} \end{cases}$$

"n" veces

c) **Ángulos Adyacentes Complementarios:**

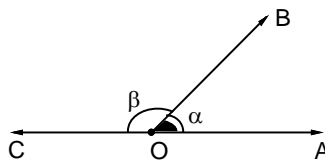
Son dos ángulos que tiene el mismo vértice y cuyas medidas suman 90°



Los ángulos AOB y BOC son adyacentes complementarios

d) **Ángulos Adyacentes Suplementarios:**

Son dos ángulos que tienen el mismo vértice y cuyas medidas suman 180°

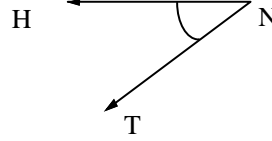
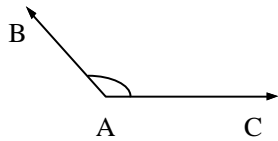
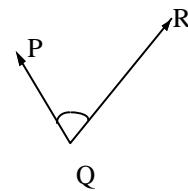
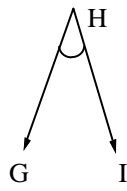
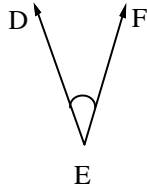
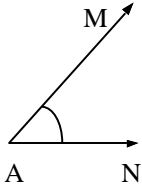


Los ángulos AOB y BOC son adyacentes suplementarios

$$S: \alpha + \beta = 180^\circ$$

PRÁCTICA DE CLASE

1. Usa tu transportador para medir los siguientes ángulos y clasifícalos:



2. Usa el transportador para construir los siguientes ángulos y clasifícalos:

$\sphericalangle AOB = 75^\circ$

$\sphericalangle MON = 130^\circ$

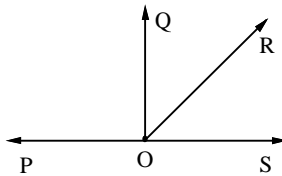
$\sphericalangle ROT = 90^\circ$

$\sphericalangle POF = 180^\circ$

$\sphericalangle AMO = 40^\circ$

$\sphericalangle TIM = 145^\circ$

3. Mide con el transportador cada uno de los siguientes ángulos y realiza las operaciones que se indican:



$m \sphericalangle POQ = \dots\dots\dots$ $m \sphericalangle QOR = \dots\dots\dots$ $m \sphericalangle ROS = \dots\dots\dots$

$\sphericalangle POQ + \sphericalangle QOR = \dots\dots\dots$ $\sphericalangle POR - \sphericalangle ROS = \dots\dots\dots$

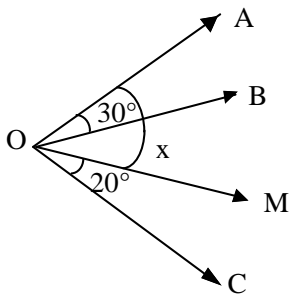
$\sphericalangle POQ - \sphericalangle ROS = \dots\dots\dots$ $\sphericalangle QOS - \sphericalangle ROS = \dots\dots\dots$

$\sphericalangle POQ - \sphericalangle QOR = \dots\dots\dots$ $\sphericalangle ROS + \sphericalangle QOR = \dots\dots\dots$

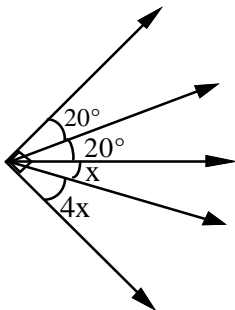
$\sphericalangle POQ + \sphericalangle QOR + \sphericalangle ROS = \dots\dots\dots$ $\sphericalangle POR + \sphericalangle ROS = \sphericalangle \dots\dots\dots$

4. Haciendo uso de Regla y Compás grafique un ángulo cualquiera y trace su bisectriz

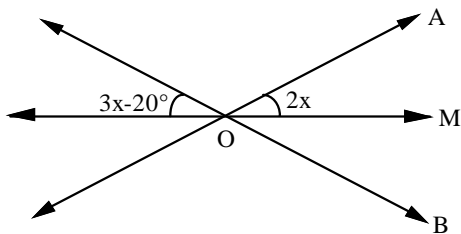
5. Siendo: \overline{OM} Bisectriz del ángulo BOC. Calcular el valor de "x"



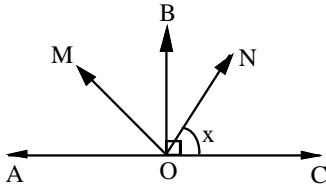
6. Calcular el valor de "x"



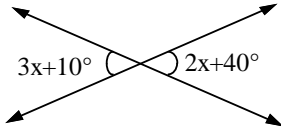
7. OM: Bisectriz del ángulo AOB. Calcular el valor de "x"



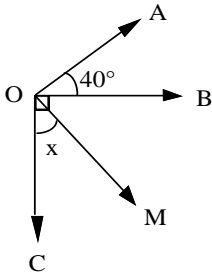
8. OM: Bisectriz del ángulo AOB. ON: Bisectriz del ángulo MOC. Calcular el valor de "x".



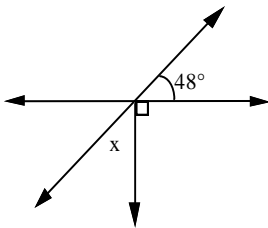
9. Calcular el valor de "x"



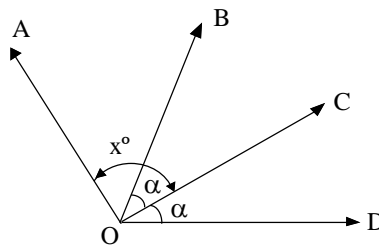
10. OB: Bisectriz del ángulo AOM.
Calcular el valor de "x"



11. Calcular el valor de "x"

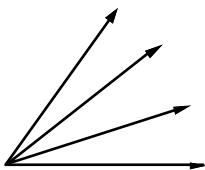


12. Hallar la $m\angle AOC$, sabiendo que: $m\angle AOB + m\angle AOD = 120^\circ$. Calcular el valor de "x"



EJERCICIOS PROPUESTOS N° 08

1. En la figura, el número de ángulo es:



- a) 5 b) 4 c) 6 d) 3

2. Se tienen los ángulos consecutivos AOB y BOC de tal manera que $AOC + BOC = 70^\circ$. Calcular el ángulo formado por OC y la bisectriz del AOB

- a) 35° b) $17,5^\circ$ c) 45° d) 37° e) 53°

3. ¿Cuántos ángulos agudos hay en la siguiente figura?:

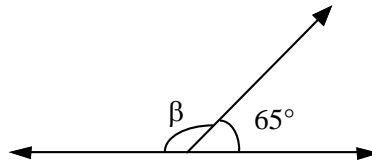


- a) 4 b) 3 c) 0 d) N.a.

4. Si el ángulo α mide 70° y el ángulo β mide 110° . ¿Cómo se llama el ángulo que forman los dos juntos?

- a) llano b) recto c) obtuso d) N.a.

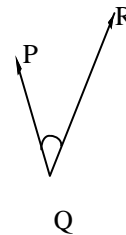
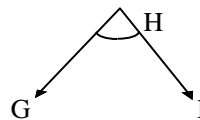
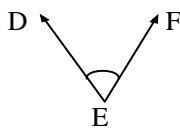
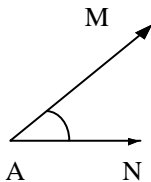
5. En la figura ¿Cuánto mide el ángulo β ?



- a) 100° b) 115° c) 35° d) N.a.

TAREA DOMICILIARIA

1. Usa tu transportador para medir los siguientes ángulos y clasifícalos:



2. Usa el transportador para construir los siguientes ángulos y clasifícalos:

$\sphericalangle AOB = 55^\circ$

$\sphericalangle MON = 80^\circ$

$\sphericalangle ROT = 95^\circ$

$\sphericalangle POF = 210^\circ$

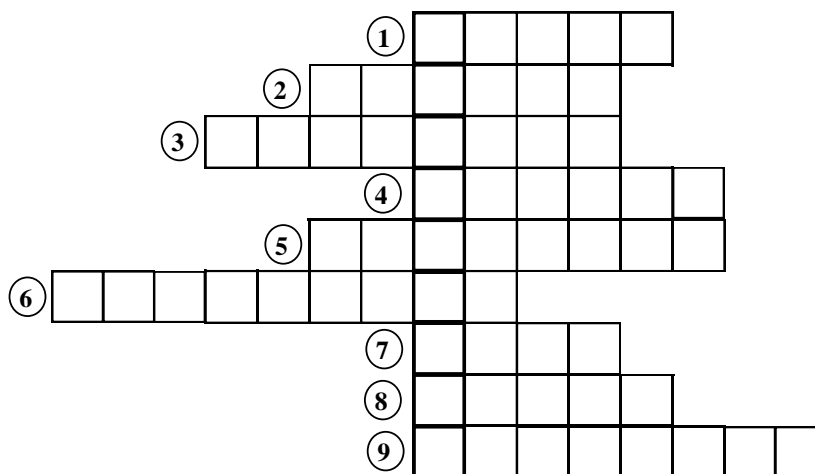
$\sphericalangle AMO = 270^\circ$

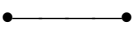
$\sphericalangle TIM = 315^\circ$

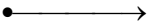
3. Se tienen los ángulos consecutivos AOB y BOC de tal manera que $BOC - AOB = 50^\circ$. Calcular el ángulo formado por OB y la bisectriz del AOC.
4. Alrededor de un punto y en un mismo plano se trazan los rayos consecutivos OA, OB, OC y OD de tal manera que $BOC = AOB/3 = COD/4$ y $DOA = 4/3 AOB$. Calcular la medida del COD
5. Se tiene tres ángulos consecutivos AOB, BOC y COD de manera que $AOB - COD = 80^\circ$. Calcular el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOD y BOC
6. Se tienen los ángulos consecutivos AOB y BOC si $BOC - AOB = 88^\circ$ se trazan las bisectrices OX y OY de los ángulos AOB y BOC. Calcular la medida del ángulo BOZ, siendo OZ bisectriz de XOY.
7. La mitad de un ángulo es igual a cinco veces la medida de su complemento. ¿Cuánto mide el ángulo?
8. ¿Cuál es el suplemento de un ángulo cuyo complemento es el cuádruple del ángulo?
9. ¿Cuánto mide el ángulo que mide igual que su complemento?
10. Si a uno de dos ángulos suplementarios se le disminuye 10° para agregarle al otro, este último ángulo resulta ser 5 veces lo que queda del primero. ¿Cuánto mide cada ángulo?
11. Dos ángulos complementarios son entre si como 8 y 12. ¿Cuánto mide los ángulos?

¿CUÁNTO APRENDÍ?

Completa el crucigrama y descubrirás el nombre de un filósofo y matemático griego que realizó importantes estudios de geometría.



1. Lo imaginamos como un papel, lo más extenso.
2. Punto donde se inicia un rayo.
3. Nombre del punto que divide a la recta en dos semirrectas.
4. Unión de dos rayos que tienen el mismo origen.
5. Lo que representa este dibujo 

6. Conjuntos con intersección vacía.
7. Lo que representa este dibujo 
8. Ángulo que mide menos de 90° .
9. Dos rectas que tienen un punto en común.