



PROPIEDADES DE INCLUSIÓN

La inclusión goza de las siguientes propiedades: **reflexiva, conjunto vacío y transitiva.**

- * **Reflexiva.** Todo conjunto es subconjunto de sí mismo; es decir : $A \subset A$
- * **Conjunto Vacío.** Es subconjunto de cualquier conjunto; es decir: $\emptyset \subset A$
- * **Transitiva.** Si un conjunto está incluido en otro, y éste en un tercero, entonces el primer conjunto está incluido en el tercer conjunto. Es decir, se cumple:

$$\text{Si } A \subset B \text{ y } B \subset D \Rightarrow A \subset D$$

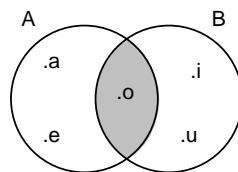
2. **Relación de no inclusión.** Esta relación se presenta, cuando un conjunto no es subconjunto de otro. Se presenta dos casos:

- Cuando los dos conjuntos en referencia **tienen algún elemento en común**, se tiene una relación de intersección.

Ejemplo. Sean los conjuntos:

$$A = \{ a, e, o \}$$

$$B = \{ i, o, u \}$$



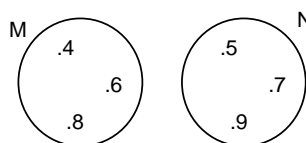
$$A \cap B$$

- Cuando dos conjuntos en referencia **no tienen ningún elemento común**, reciben el nombre de **conjuntos disjuntos.**

Ejemplo. Sean los conjuntos:

$$M = \{ 4; 6; 8 \}$$

$$N = \{ 5; 7; 9 \}$$



Verificamos que M y N son conjuntos disjuntos, porque M y N no tienen ningún elemento que se repite o común.

NOTA: Para que quede claro la relación entre conjuntos, es importante definir un subconjunto.

Subconjunto. Se dice que un conjunto A es subconjunto de un conjunto B, **si todo elemento de A está en B.** Simbólicamente se denota : $A \subset B$.

Aclarando el concepto, sabemos que: si A es un subconjunto de B, decimos que **A es parte de B**, que **A está incluido en B**, o que **B contiene a A**.

Ejemplo: Sean los conjuntos: $A = \{ a, b, c, d \}$ y $B = \{ b, d \}$

En los conjuntos observamos que:

$$\begin{array}{l} b \in B \quad \quad \quad y \quad b \in A \\ d \in B \quad \quad \quad y \quad d \in A \end{array}$$

Luego los elementos b y d de B están en A, entonces $B \subset A$.

Si A no es subconjunto de B, se escribe $A \not\subset B$; se lee:

A no es subconjunto de B

A no es parte de B

A no está incluido en B

Subconjunto Propios. Dado un conjunto A, su número de subconjuntos será:

$$2^{n(A)} - 1$$

No se considera el mismo conjunto A.

Ejemplo: Sea el conjunto $A = \{2; 4; 6\}$, los subconjuntos propios de A serán:

$$\{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2; 4\}, \{2; 6\}, \{4; 6\}, \emptyset$$

No es subconjunto propio de A: $\{2; 4; 6\}$

3. **Relación de Igualdad.** Dos conjuntos A y B son iguales cuando tienen los mismos elementos.

Si: $A = B \Rightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

Ejemplos: $M = \{ 1; 3; 5; 7 \}$ y $N = \{ 2x - 1 / x \in \mathbb{Z}, 1 \leq x < 5 \}$
 $\Rightarrow M$ y N son dos conjuntos iguales.

4. **Conjuntos Diferentes.** Dos conjuntos son diferentes si uno de ellos tiene por lo menos un elemento que no tiene el otro.

Ejemplos: $A = \{ 3; 4; 5 \}$ y $B = \{ 3; 4; 5; 6 \}$
 6 es elemento del conjunto B, pero no es elemento A $\Rightarrow A \neq B$.

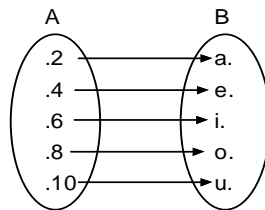
5. **Conjuntos disjuntos.** Dos conjuntos son disjuntos si no tienen elemento común alguno.

Ejemplos: $A = \{ 2; 4; 6; 8 \}$ y $B = \{ x / x \text{ es una vocal} \}$

6. **Relación de Coordinabilidad de conjuntos.** Dos conjuntos son coordinables, equivalentes o **equipotentes** ($< >$), si tienen el mismo número de elementos o el mismo cardinal.

$A = \{ 2; 4; 6; 8 \}$ son
 ↑ ↑ ↑ ↑ coordinab
 $B = \{ a; e; i; o; u \}$

Graficando, tenemos:



7. **Conjunto de Conjuntos.** Es aquel conjunto, donde al menos uno de sus elementos es un conjunto a su vez. Así tenemos:

Ejemplo 1. Sean los conjuntos siguientes:

a) $M = \{ \{ 5; 4 \}, \{ 7 \}, \emptyset \}$

Analizando el conjunto de conjuntos, observamos que:

$M = \{ \{ 5; 4 \}, \{ 7 \}, \emptyset \}$
 ↓ ↓ ↓
 conjunto vacío
 conjunto con 1 elemento
 conjunto con 2 elementos

Entonces M es una familia de conjuntos.

b) $N = \{ \{ 1; 2 \}; \{ 4; 3 \}; 9 : \emptyset \}$

Entonces N **no representa** a una familia de conjuntos, pero si es un conjunto de conjuntos.

Ejemplo 2. Sean los conjuntos:

$$A = \{ 3; 4; \{5\}; 1 \}$$

$$B = \{ \{Ana\}, \{Dora, María\}, \{Rosa\} \}$$

$$C = \{ \{2; 4; 6\}; \{a, b, c\}; 7; 8 \}$$

$$D = \{ \{e, f\}, \{0; 1; 3\} \}$$

Es importante saber que cuando todos los elementos de un conjunto, son conjuntos; recibe el nombre de **familia de conjuntos**. Así tenemos en el ejemplo anterior.

A, B, C, D son conjuntos de conjuntos

B, D son familia de conjuntos