TEORIA DE LOS NÚMEROS PRIMOS

NÚMERO PRIMO: Es aquel número que tiene únicamente 2 divisores: el mismo y la unidad.

$$2 \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} ; 3 \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases} ; \ldots ; P \begin{cases} 1 \\ P \end{cases}$$

P : número primo (# primo absoluto)

Tabla de Números Primos Menores que 200

2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89	97	101	103
107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	179	181	191	193	197	199

Números primos relativos o primos entre si (PESI)

Son dos o más números que tienen como único divisor común a la unidad.

Ejemplo 1

Número	Divisores
10	1 ; 2 ; 5 ; 10
21	1 ; 3 ; 7 ; 21

$\therefore$ 10 y 21 son PESI

Números primos entre si dos a dos (PESI 2 a 2)

Un conjunto de números resultará ser PESI 2 a 2 si precisamente al tomarlos en pareja resultan ser primos entre sí.

Ejemplo 1: ¿Son 8 ; 9 y 25 PESI 2 a 2 ?

Solución:

8 : 1 ; 2 ; 4 ; 8

9 : 1 ; 3 ; 9

Observación

A. Dos números enteros consecutivos siempre son PESI.

B. Dos números impares consecutivos también son PESI

CRITERIO PARA RECONOCER SI UN NÚMERO ENTERO ES PRIMO

Para saber si un número dado es primo o no, se deben seguir los siguientes pasos:

a. Extraer la raíz cuadrada, aproximadamente por defecto.
b. Enumerar los números primos menores a esta aproximación
c. Aplicar las condiciones de divisibilidad del número por cada uno de estos números primos.
d. Si en ninguno de los casos es divisible, se dice que el número es primo.

Ejemplo 1: ¿Es 853 número primo?

Solución

a) $\sqrt{853} \cong 29, \ldots$

b) Los números primos menores que: 29 , . . .

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$$

c) Cómo 853 no es divisible por ninguno de estos números entonces podemos afirmar que es un número primo.

DESCOMPOSICION CANONICA

(Teorema fundamental de la Aritmética o Teorema de Gauss)

Todo número entero mayor que uno (compuesto) se puede descomponer como el producto de sus factores primos elevados a exponentes enteros positivos, dicha descomposición es única.

Sea "N" el número compuesto.

$$N = A^{\alpha} \times B^{\beta} \times C^{\theta}$$

A, B, C $\rightarrow$ factores primos.

$\alpha, \beta, \theta \rightarrow$ Exponentes (números enteros positivos)

REGLA PARA DETERMINAR LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

a) Se descompone el número en factores primos
b) Se escribe el 1 (que es divisor de todo número) y a continuación se pone las diversas potencias del primer factor primo.
c) Se multiplica los divisores hallados por las diferentes potencias del segundo factor primo.
d) Se multiplica todos los factores hallados anteriormente por las diferentes potencias del tercer factor y así sucesivamente. El último divisor hallado al formar éstos productos es el número dado.

Tabla de divisores de 240

1	2	4	8	16	
3	6	12	24	48	x3
5	10	20	40	80	x5
15	30	60	120	240	3x5

* 240 posee 20 divisores de los cuales 3 son divisores primos (2 ; 3 ; 5).

Ejemplo:

$$\underbrace{24} \rightarrow \underbrace{1}_{\text{La Unidad}} ; \underbrace{2 ; 3}_{\text{Divisores Primos}} ; \underbrace{4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24}_{\text{Divisores Compuestos}}$$

$$\underbrace{D\ (24) = 8}_{\text{Número de divisores de 24}} \qquad \underbrace{DP = 2}_{\text{Divisores Primos}} \qquad \underbrace{DC = 5}_{\text{Divisores compuestos}}$$

$$\Rightarrow \boxed{D_{24} = D_P + D_C + 1} = 2 + 5 + 1 = 8$$

Sea "N" un número compuesto.

$$D_{(N)} = D_P + D_C + 1$$

ESTUDIO DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

I. Cantidad de divisores [$D_{(N)}$]

El número total de divisores de un número es igual al producto de los exponentes de los factores primos aumentados en 1.

$$\boxed{D_{(N)} = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1)}$$

Ejemplo:

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$

$D_{(720)} = (4+1)(2+1)(1+1)$

$D_{(720)} = 5 \times 3 \times 2 = 30$

II. Suma de divisores [$SD_{(N)}$]

$$\boxed{SD_{(N)} = \frac{A^{\alpha+1} - 1}{A - 1} \times \frac{B^{\beta+1} - 1}{B - 1} \times \frac{C^{\theta+1} - 1}{C - 1}}$$

Ejemplo:

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$

$$SD_{(240)} = \frac{2^{4+1} - 1}{2 - 1} \times \frac{3^{1+1} - 1}{3 - 1} \times \frac{5^{1+1} - 1}{5 - 1} = 744$$

$SD_{(240)} = 744$

Importante:
Todo número que tenga un número impar de divisores es un número cuadrado perfecto.

Ejemplo:

$$9 \rightarrow \underbrace{1, 3, 9}_{\text{Divisores}} \; ; \quad D_{(9)} = 3.$$

$$36 \rightarrow \underbrace{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}_{\text{Divisores}}; \quad D_{(36)} = 9$$

PRÁCTICA DE CLASE

01. Descomponer canónicamente cada número:

a) 2000 b) 5200 c) 7200

02. Descomponer canónicamente 420 e indicar los factores primos.

03. Descomponer canónicamente 770 e indicar los factores.

04. Determinar el número de divisores de 720.

05. Determine cuántos y cuáles son los divisores de 72.

06. Para el número 1440, determine ¿Cuántos divisores tiene?; ¿Cuántos son compuestos?; ¿Cuántos son primos?; ¿Es perfecto, defectuoso o abundante?.

07. Para el números: 60, determine:

a) El número de divisores primos.
b) El número de divisores compuestos
c) El número de divisores.
d) La suma de todos sus divisores.
e) La suma de sus divisores compuestos.

08. Dado el número 315 000, determine:

a) El número de divisores.
b) El número de divisores pares.
c) El número de divisores impares.

d) El número de divisores múltiplos de 3.
e) El número de divisores múltiplos de 21.
f) El número de divisores que terminan en cero.

09. Hallar el valor de K, si: 25×15^K tiene 24 divisores.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) N.A

10. Si el número: $N=2^5.3^x.5^x$; tiene 20 divisores compuestos. Hallar "x".

a) 4 b) 5 c) 2 d) 3 e) N.A

11. Hallar la suma de los divisores de 24 que sean múltiplos de 3.

a) 24 b) 45 c) 18 d) 36 e) N.A

12. De los divisores de 180, hallar la suma de los que sean múltiplos de 6.

a) 432 b) 528 c) 682 d) 316 e) N.A

13. ¿Cuántos ceros se debe poner a la derecha de 9 para que el resultado tenga 239 divisores?

a) 5 b) 8 c) 10 d) 16 e) N.A

14. ¿Cuántas veces hay que multiplicar por 8 el número 300 para que el resultado tenga 126 divisores?

a) 5 b) 8 c) 10 d) 16 e) N.A

15. Si 12^x tiene 63 divisores compuestos. Calcule "x".

a) 5 b) 8 c) 4 d) 6 e) N.A

EJERCICIOS PROPUESTOS Nº 11

01. Si: $A = 20^2 \times 45^3$ y $B = 12^3 \times 30^2$, ¿Cuántos divisores tiene $A \times B$?

a) 1248 b) 624 c) 720 d) 814 e) N.a.

02. Calcular la suma de todos los números primos que existen entre 30 y 50.

a) 142 b) 199 c) 172 d) 184 e) 190

03. Hallar el valor de "x" para que el número $A = 10 \times 12^x$, tenga 36 divisores.

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

04. ¿Cuántas veces debemos multiplicar 5 al número 12, para que el producto tenga 24 divisores?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

05. ¿Cuál es el menor número que tenga 6 divisores?

a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 15

06. Un número tiene como factores primos: 2; 3 y 5. Si éste número tiene 20 divisores y es el menor posible, ¿cuál es la suma de sus cifras?

a) 6 b) 8 c) 7 d) 5 e) 4

07. ¿Cuantos divisores de 540 son múltiplos de 2?

a) 12 b) 14 c) 16 d) 18 e) 15

08. ¿Cuántos divisores de 1200 son múltiplos de 10?

a) 14 b) 16 c) 18 d) 13 e) 11

09. ¿Cuántos divisores de 640 no son múltiplo de 20?

a) 8 b) 10 c) 12 d) 14 e) 9

10. Si: $A = 12^2 \times 30^3$ y $B = 15 \times 20^2$. ¿Cuántos divisores tiene A/B?

a) 10 b) 12 c) 16 d) 19 e) 20

TAREA DOMICILIARIA

01. Descomponer canónicamente cada número:

a) 7040 b) 8100

02. Descomponer canónicamente 630 y calcular sus divisores.

03. Descomponer canónicamente 1080 e indicar el número de divisores.

04. Descomponer canónicamente el número 5040; e indicar:

a) Todos sus divisores. b) Sus divisores primos

c) El número de divisores d) El producto de sus divisores

e) La suma de sus divisores f) La suma de las inversas de sus divisores.